

Układy rozmyte, część 2

Typowe reguły wnioskowania przybliżonego

Przedstawiamy drugą część artykułu przybliżającego reguły wnioskowania w logice rozmytej. Mamy świadomość, że przyjęty sposób opisu jest trudy w przyswojeniu, zwłaszcza dla mniej zaawansowanych Czytelników, ale wierzymy, że po przebrnięciu przez trudne i mało wdzięczne początki wspólnie wkroczymy w świat rozmytej elektroniki!

Przypuśćmy dla uproszczenia, że mamy dwie wielkości wejściowe x i y , np. sygnały pomiarowe, oraz jedną wielkość wyjściową z , np. sygnał sterujący. Odpowiadają im trzy zmienne lingwistyczne x , y , z . Niech aktualne wartości zmiennych wejściowych wynoszą x_0 , y_0 . Załóżmy, że system sterowania jest opisany następująco:

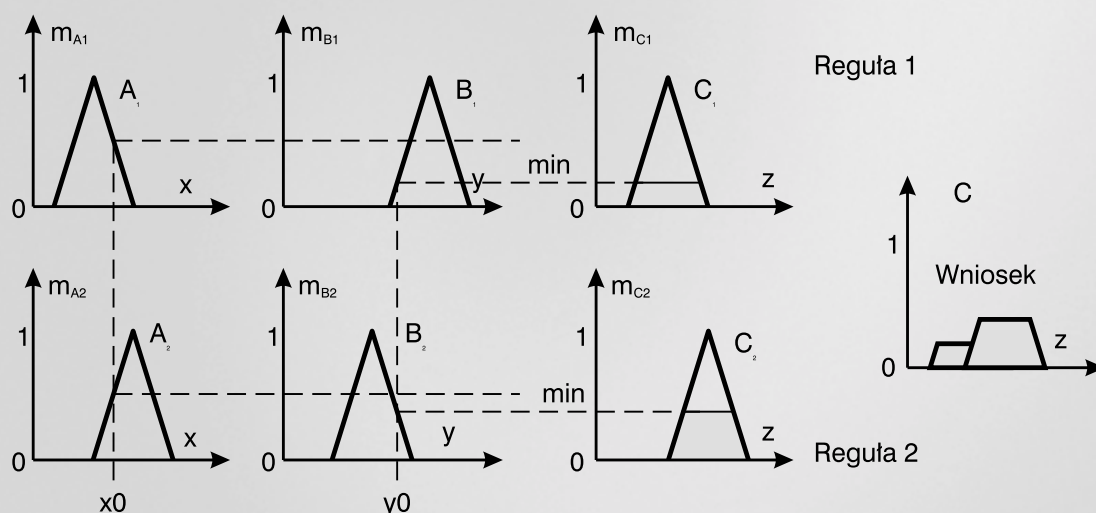
dane: x jest x_0 i y jest y_0 ,
 R1: jeżeli x jest A_1 i y jest B_1 to z jest C_1 ,
 R2: jeżeli x jest A_2 i y jest B_2 to z jest C_2 ,

gdzie $R1$, $R2$ są regułami działania systemu, a A_1 , B_1 , C_1 , A_2 , B_2 , C_2 są nazwami zbiorów rozmytych (np.: *mały*, *duży*) zawierających wartości zmiennych lingwistycznych x , y , z .

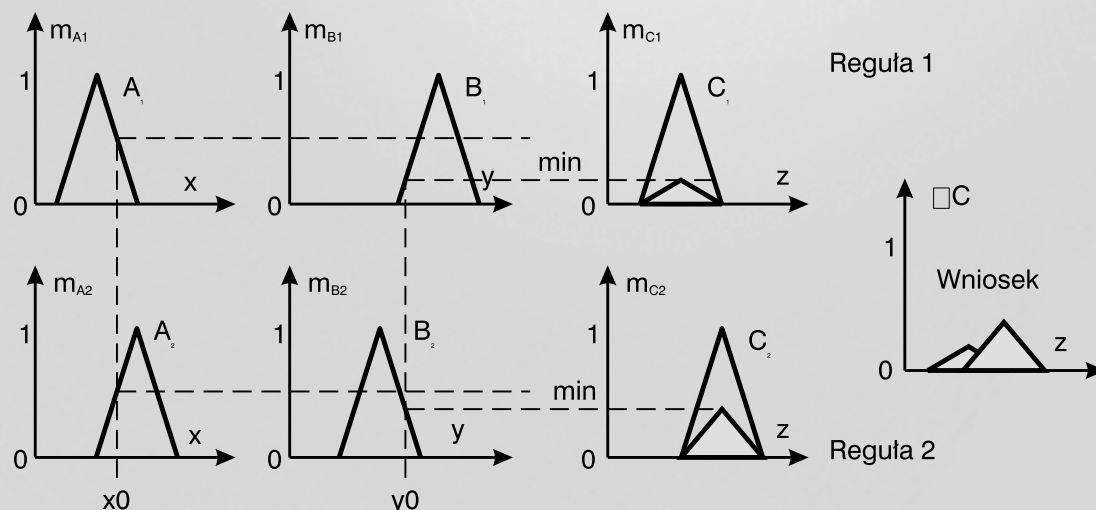
Istnieje wiele reguł wnioskowania przybliżonego (ang. approximate reasoning). Upraszczając zagadnienie możemy powiedzieć, że wnioskowanie to polega na wyznaczaniu wag przypisywanych poszczególnym regułom i sposobie interpretacji tych wag. Omówimy tylko kilka najważniejszych i najprostszych sposobów wnioskowania.

Wnioskowanie typu Mamdaniego

Wykorzystuje ono operacje *minimum* i *maksimum*. Wielkości wejściowe x_0 , y_0 , pochodzące np. z czujników pomiarowych, możemy traktować jako singletony rozmyte. Mamdani zaproponował wyznaczanie



Rys. 1. Wnioskowanie typu 1 według implikacji Mamdaniego.



Rys. 2. Wnioskowanie typu 2 według implikacji Larsena.

wagi reguły jako $w_1 = \min[m_{A_1}(x_0), m_{B_1}(y_0)]$, gdzie $m_{A_1}(x_0)$ i $m_{B_1}(y_0)$ są wartościami funkcji przynależności (ang. membership function) liczb x_0, y_0 do zbiorów rozmytych A_1, B_1 .

Decyzję stanowi zbiór rozmyty C_1 o funkcji przynależności:

$$m_{C_1}(z) = \min[w_1, m_{C_1}(z)]$$

Wniosek z obu reguł stanowi zbiór rozmyty C o funkcji przynależności:

$$m_C = \max(m_{C_1}, m_{C_2}) = \max[\min(w_1, m_{C_1}), \min(w_2, m_{C_2})]$$

Ze względu na tę zależność, metodę nazywa się czasem *max-min*. Powyższą regułą, najważniejszą w praktyce, zobrazowano na **rys. 1**. Jest ona powszechnie stosowana w teorii sterowania.

Wnioskowanie typu Larsena

Jest ono bardzo podobne do wnioskowania Mamdaniego. Wagi reguł oblicza się identycznie jako minimum z wartości $w_1 = \min[m_{A_1}(x_0), m_{B_1}(y_0)]$, ale decyzję stanowi zbiór rozmyty C_1' o funkcji przynależności będącej iloczynem $m_{C_1'}(z) = w_1 * m_{C_1}(z)$.

Wniosek z obu reguł stanowi zbiór rozmyty C o funkcji przynależności $m_C = \max[w_1 * m_{C_1}, w_2 * m_{C_2}]$.

Powyższą regułą nazywaną czasem *max-dot* zobrazowano na **rys. 2**.

Praktyka wykazuje, że metoda jest równie dobra co poprzednia, chociaż stosowana jest rzadko, np. jako standardowa tylko w mikrokontrolerze ST52.

Wnioskowanie według reguły wygrywającej

W niektórych procesorach rozmytych o bardzo prostej konstrukcji (np. NLX230) stosowana jest właśnie ta reguła. Wyznaczanie wag reguł odbywa się jak poprzednio z wykorzystaniem operacji minimum. Natomiast decyzję stanowi zbiór rozmyty reguły o najwyższej wadze. Zwykle wystarcza po kilka np. 5..8 zbiorów rozmytych opisujących każ-

dą ze zmiennych wejściowych. Przy dwu wielkościach wejściowych wystarcza 25 do 60 reguł. Zbyt duża liczba reguł też nie jest korzystna, bowiem obróbka sygnałów zajmuje więcej czasu i decyzje o zmianach sygnału sterującego są podejmowane rzadziej, co ma wpływ na uchyb i stabilność systemu. Z tego względu nawet takie proste wnioskowanie może dawać dobre rezultaty.

Agregacja

Często w celu zmniejszenia ogólnej liczby reguł stosuje się ich agregację. Najłatwiej wyjaśnić to na przykładzie. Przypuśćmy, że mamy reguły:

R1: jeżeli x jest A_1 i y jest B_1 to z jest C_1 oraz

R2: jeżeli x jest A_1 i y jest B_2 to z jest C_1 oraz

R3: jeżeli x jest A_1 i y jest B_3 to z jest C_1 .

Wówczas można przedstawić je w postaci jednej rozbudowanej

R: jeżeli x jest A_1 i (y jest B_1 lub y jest B_2 lub y jest B_3) to z jest C_1 .

Spójnik „oraz” oznacza, że reguły traktujemy równoprawnie i nieistotna jest ich kolejność. W literaturze stosowany jest czasem spójnik „lub” (ang. or) w miejsce „oraz”. Tylko w niektórych realizacjach sprzętowych w postaci scalonych mikroprocesorów zasada równoprawności reguł może być naruszona ze względów technologicznych. W trakcie wyznaczania wag w reguły R spójnikowi „i” (ang. and) przypisujemy operację minimum, jak w każdej z reguł R1..R3, natomiast spójnikom „oraz”, „lub” przypisujemy operację maksimum - $w = \min[m_{A_1}(x), \max[m_{B_1}(y), m_{B_2}(y), m_{B_3}(y)]]$. Wniosek w postaci zbioru rozmytego C ma funkcję przynależności $m_C(z) = w * m_{C_1}(z)$, gdzie przez „ $*$ ” oznaczono operację minimum dla wnioskowania Mamdaniego lub

		x		
		NS	ZE	PS
y	A	NS	PS	ZE
	ZE		ZE	
	PS	ZE		NS

		x		
		NS	ZE	PS
y	B	NS	PS	ZE
	ZE	PS	ZE	NS
	PS	ZE	NS	NS

Rys. 3. Reguły zagregowane a) i niezagregowane b).

iloczyn dla wnioskowania Larsena. Na **rys. 3** podano przykład reguł zagregowanych i bez agregacji, zapisanych w postaci macierzy, gdzie zbiory NS, ZE, PS są wartościami lingwistycznymi zmiennych x, y, z .

Ogólnie reguła zagregowana ma postać:

jeżeli (x_1 jest A_1 lub...lub x_1 jest A_k) i...i (x_n jest B_1 lub...lub x_n jest B_j) to z jest C_1 .

Niektóre mikroprocesory rozmyte dopuszczają formę zagregowaną reguł sterowania.

Bohdan S. Butkiewicz

Internetowa strona „guru” Fuzzy Logic znajduje się pod adresem: <http://http.cs.berkeley.edu/People/Faculty/Homeworks/zadeh.html>.

Więcej informacji można znaleźć także pod adresami:

<http://www.cms.dmu.ac.uk/~rij/fuzzy.html>

<http://www.abo.fi/~rfuller/fuzs.html>

<http://www.ncrg.aston.ac.uk/NN/software.html>